Quelques méthodes de géométrie dans l'espace :

Pour montrer que deux droites (AB) et (CD) sont parallèles:

Cela revient à montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires

On calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$, on vérifie que ces coordonnées sont proportionnelles soit le coefficient est évident soit on pose un système.

Pour montrer que trois points A, B et C définissent un plan :

Cela revient à montrer que les trois points A, B et C ne sont pas alignés.

On calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$, on vérifie que ces coordonnées ne sont pas proportionnelles, dans ce cas les vecteurs ne sont pas colinéaires et les points ne sont pas alignés.

Pour déterminer une représentation paramétrique d'une droite:

On a besoin des coordonnées d'un point A de la droite et d'un vecteur directeur $\vec{u}$ de cette droite. On traduit le fait que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires : on obtient alors un système.

Pour montrer qu'un point appartient à une droite:

<u>Première méthode :</u> on a une représentation paramétrique de la droite. On cherche à savoir si il y a un paramètre pour lesquels ce point appartient à la droite : on résout le système de trois équations à une inconnues. Si ce système existe (il y a une unique solution), le point appartient à la droite sinon ce n'est pas le cas.

<u>Deuxième méthode :</u> On vérifie que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires par exemple donc le point A appartient à (BC).

Pour montrer que deux droites dont on a une représentation paramétrique sont non coplanaires :

Cela revient à prouver que les droites ne sont pas parallèles et qu'elles ne sont pas sécantes.

<u>Pour montrer qu'elles ne sont pas parallèles,</u> on vérifie que les coordonnées des deux vecteurs directeurs ne sont pas proportionnelles et donc que ces vecteurs ne sont pas colinéaires. (si les vecteurs sont colinéaires, les droites sont parallèles)

<u>Pour montrer qu'elles ne sont pas sécantes :</u> On résout les équations x=x, y=y et z=z, on obtient alors trois équations pour deux inconnues (les deux paramètres) : deux servent à trouver les paramètres, si en remplaçant dans la troisième équation, l'égalité est vraie les droites sont sécantes, sinon les droites ne le sont pas.

Pour montrer que trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont (ou ne sont pas) coplanaires

(deux vecteurs sont forcément coplanaires, cette question pour deux vecteurs n'a pas de sens)

On cherche des réels α et β tels que $\vec{u} = \alpha\,\vec{v} + \beta\vec{w}$, on regarde ce à quoi cela correspond pour x, pour y et pour z : on obtient trois équations à deux inconnues (donc une équation de trop), on en utilise deux pour trouve les valeurs de α et β. On remplace dans la troisième, si l'égalité est vérifiée, les vecteurs sont coplanaires, si elle ne l'est pas, les vecteurs ne sont pas coplanaires.

Pour montrer qu'une droite et un plan sont sécants :

<u>Première méthode :</u> on cherche à savoir si il y a des paramètres pour lesquels le point de la droite et le point du plan sont un seul et même point : on résout le système de trois équations à trois inconnues (en utilisant x=x, y=y et z=z) si ce système a une unique solution, le plan et la droite sont sécants.

<u>Deuxième méthode :</u> on trouve les vecteurs directeurs de la droite et du plan et on cherche si ces trois vecteurs sont colinéaires (dans ce cas soit la droite est incluse dans le plan, soit elle est parallèle au plan) ou pas (dans ce cas la droite et la plan sont sécants).

Pour montrer que deux droites (AB) et (CD) sont orthogonales:

Cela revient à montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux. On calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$, on vérifie que le produit scalaire des deux vecteurs est égale à 0.

Pour montrer qu'une droite (AB) et un plan (P) sont orthogonaux:

On choisit deux vecteurs non colinéaires du plan (P) et on vérifie que chacun des ses vecteurs est orthogonal à $\overrightarrow{AB}$ (on vérifie que le produit scalaire des deux vecteurs est égale à 0).

Pour déterminer l'équation d'un plan ax + by + cz + d = 0 :

<u>Première méthode :</u>
On traduit le fait que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires : $\overrightarrow{AM} = \alpha\,\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$.
On obtient un système de trois équations à deux inconnues. On en utilise deux pour trouve les valeurs de α et β. On remplace dans la troisième et on obtient notre équation sous la forme ax + by + cz + d = 0.

<u>Deuxième méthode :</u> On cherche un vecteur normal au plan. On en déduit les valeurs de a, b, c.
Pour déterminer d, on cherche un point particulier du plan qui doit vérifier l'équation du plan.

<u>Troisième méthode :</u> on vous donne l'équation cherchée. Il suffit de vérifier que trois points (bien choisi) du plan vérifie cette équation.

Pour déterminer la distance d'un point A (n'appartenant pas à (P)) à un plan (P) :

On cherche les coordonnées du point M du plan (P) tel que $\overrightarrow{AM}$ et (P) sont orthogonaux.
Pour cela, on traduit le fait que $\overrightarrow{AM}$ est colinéaire à un vecteur normal du plan (P).
On obtient les coordonnées du point M en fonction d'un paramètre α.
Pour déterminer α, on traduit que les coordonnées du point M doivent vérifier l'équation du plan.
Enfin, on calcule la distance AM.